ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

<u>ΘΕΜΑ Α</u>

Α1. *Σελ.33 Σχολικό βιβλίο*
Α2. $x=x_2-x_1$ *και* $y=y_2-y_1$
Α3. $\alpha \to \Sigma$
$\beta \to \Sigma$
$\gamma \to \Lambda$
$\delta \to \Sigma$
$\varepsilon \to \Lambda$

<u>ΘΕΜΑ Β</u>

$\vec{\alpha} = (1,6\lambda)$ *και* $\vec{\beta}=(3\lambda,-36\lambda^2+6)$ *και* $\vec{\gamma} = (-1,-\lambda)$

Β1. *Αφού* $\vec{\alpha} = -\vec{\beta} \Leftrightarrow (1,6\lambda) = (-3\lambda,\ 36\lambda^2 - 6)$

$1=-3\lambda \Leftrightarrow \lambda=-\frac{1}{3}$

και

$6\lambda= 36\lambda^2- 6 \Leftrightarrow 6\lambda^2-\lambda-1=0$

$\Delta=1+24=25$

$$\lambda= \frac{1\pm5}{12} = \begin{cases} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} \end{cases}$$

άρα $\lambda = -\frac{1}{3}$

Β2. $\vec{v} = \vec{\alpha} - 3\vec{\gamma} = (1,-2) - 3\left(-1,\frac{1}{3}\right)$

$\Leftrightarrow \vec{v} = (1,-2) + (3,-1) \Leftrightarrow \vec{v} = (4,-3)$

άρα $|\vec{v}| = \sqrt{16+9} = \sqrt{25}=5$

Β3. $\vec{\alpha}=(1,-2)$ $\vec{u} = (\mu, 3-\mu^2)$

$\vec{\alpha}//\vec{u} \Leftrightarrow det(\vec{\alpha},\vec{u}) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ \mu & 3-\mu^2 \end{vmatrix}=0$

$\Leftrightarrow 3-\mu^2+2\mu = 0 \Leftrightarrow \mu^2 - 2\mu - 3 = 0$

άρα $\mu=3$ *ή* $\mu=-1$.

Β4. $\vec{\alpha}$=(1,-2)

- *για μ=3* $\vec{u} = (3,-6)$
  άρα $\vec{u} = 3\vec{\alpha} \Leftrightarrow \vec{u} \nearrow\nearrow \vec{\alpha}$
- *για μ=-1* $\vec{u}$ *=(-1,2)*
  $\vec{u} = -\vec{\alpha} \Leftrightarrow \vec{u} \nearrow\swarrow \vec{\alpha}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\vec{v}=|\vec{v}|(\vec{\alpha}+(-3,1))-\vec{b} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \vec{v}=|\vec{v}|\cdot\big((2,-1)+(-3,1)\big)-(-1,-2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \vec{v}=|\vec{v}|\cdot(-1,2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \vec{v}=(-|\vec{v}|,0)+(1,2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \vec{v}=(1-|\vec{v}|,2)$$

$$|\vec{v}|=\sqrt{(1-|\vec{v}|)^2+2^2} \Leftrightarrow \cancel{|\vec{v}|^2}=1-2|\vec{v}|+\cancel{|\vec{v}|^2}+4$$

$$\Leftrightarrow 2|\vec{v}|=5 \Leftrightarrow |\vec{v}|=\frac{5}{2}$$

Γ2. $\vec{u}=3\vec{\alpha}+\vec{\beta}=3(2,-1)+(-1,-2)=$

=(6,-3)+(-1,-2)=(5,-5)

$\lambda\vec{u}=\frac{-5}{5}$ *=-1*

όμως , x>0 και y<0

άρα φ= $\frac{7\pi}{4}$

Γ3. $\vec{\omega}=(0,4)$

$$\vec{\omega}=\kappa\vec{\alpha}+\lambda\vec{\beta} \Leftrightarrow (0,4)=(2\kappa,-\kappa)+(-\lambda,-2\lambda)$$

$$\Leftrightarrow (0,4)=(2\kappa-\lambda,-\kappa-2\lambda)$$

άρα $\left\{\begin{array}{l} 2\kappa-\lambda=0 \\ -\kappa-2\lambda=4 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \cancel{2\kappa}-\lambda=0 \\ \cancel{-2\kappa}-4\lambda=8 \end{array}\right.$ (+)

$-5\lambda=8 \Leftrightarrow \lambda=-\frac{8}{5}$

άρα $2\kappa=\lambda \Leftrightarrow \cancel{2}\kappa=-\frac{\cancel{8}}{5} \Leftrightarrow -\frac{4}{5}$

άρα $\vec{\omega}=-\frac{4}{5}\vec{\alpha}-\frac{8}{5}\vec{\beta}$

Γ4. *Αφού* $\vec{\gamma} \nearrow\swarrow \vec{\alpha}$ *τότε* $\vec{\gamma}=\mu\vec{\alpha}$, $\mu<0$

$|\vec{\gamma}|=2|\vec{\alpha}| \Leftrightarrow |\mu\vec{\alpha}|=2|\vec{\alpha}| \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow |\mu|\cdot\cancel{|\vec{\alpha}|}=2\cancel{|\vec{\alpha}|} \Leftrightarrow |\mu|=2 \Leftrightarrow \mu=\left\{\begin{array}{l} 2 \text{ απορ.} \\ -2 \end{array}\right.$

άρα μ=-2

συνεπώς, $\vec{\gamma}=-2\vec{\alpha}$

=-2(2,-1)

=(-4,2)

ΘΕΜΑ Δ

$\overrightarrow{AB}$=(-5,2) , $\overrightarrow{A\Gamma}$=(-1,6)

Δ1. *Για να σχηματίζουν τα Α, Β, Γ τρίγωνο δεν πρέπει να είναι συνευθειακά.*

Άρα θα πρέπει det($\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{A\Gamma}$) $\neq 0$

det($\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{A\Gamma}$)=$\begin{vmatrix} -5 & 2 \\ -1 & 6 \end{vmatrix}$=-30+2=-28$\neq 0$.

Άρα Α, Β, Γ σχηματίζουν τρίγωνο.

Δ2. $M(\frac{3-1}{2},\frac{5+1}{2})$ *δηλ.* M(1,3)

$|\overrightarrow{AM}|=\sqrt{(1-4)^2+(3+1)^2}$ $+\sqrt{9+16}=5$

Δ3. *Έστω Α΄(x,y) το συμμετρικό του Α ως προς το Μ(1,3)*

$1=\frac{x+4}{2} \Leftrightarrow x+4=2 \Leftrightarrow x=-2$

και

$3=\frac{y-1}{2} \Leftrightarrow y-1=6 \Leftrightarrow y=7$

άρα Α΄(-2,7)

Δ4. *Αφού Ν σημείο του x΄x* $N(X_N,O)$

$d=|\overrightarrow{NB}|^2 + |2\overrightarrow{NA}-\overrightarrow{N\Gamma}|^2$

$|\overrightarrow{NB}|=\sqrt{(-1-X_N)^2+(1-0)^2}=\sqrt{(1+X_N)^2+1}$

άρα $|\overrightarrow{NB}|^2=1+2X_N+X_N^2+1=X_N^2+2X_N+2$

$\overrightarrow{NA}=(4-X_N,-1-0)=(4-X_N,-1)$

$\overrightarrow{N\Gamma}=(3-X_N,5-0)=(3-X_N,5)$

άρα $2\overrightarrow{NA}-\overrightarrow{N\Gamma}=(8-2X_N,-2)-(3-X_N,5)=(5-X_N,-7)$

$|2\overrightarrow{NA}-\overrightarrow{N\Gamma}|=\sqrt{(5-X_N)^2+(-7)^2}$

$|2\overrightarrow{NA}-\overrightarrow{N\Gamma}|^2=25-10X_N+X_N^2+49=X_N^2-10X_N+64$

άρα $d=2X_N^2-8X_N+66$

Για να παίρνει η παραπάνω παράσταση ελάχιστη τιμή πρέπει:

$X_N=-\frac{-8}{2\cdot 2} \Leftrightarrow X_N=\frac{8}{4} \Leftrightarrow X_N=2$ *(ελάχιστο παραβολής στο* $\alpha x^2+\beta x+\gamma$ *στο* $-\frac{\beta}{2\alpha}$*)*

Άρα N(2,0).