



ΒΑΘΜΟΣ:

ΟΝΟΜ/ΝΟ:

ΤΑΞΗ:

ΗΜ/ΝΙΑ:

ΘΕΜΑ 1

Α) Να αποδείξετε ότι τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου, που άγονται από σημείο εκτός αυτού είναι ίσα μεταξύ τους. (15μ)

Β) Να χαρακτηρίσετε ως Σωστή ή Λάθος καθεμία από τις επόμενες προτάσεις:

i) Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\beta \leq \gamma$, τότε $\widehat{B} \leq \widehat{\Gamma}$.

ii) Υπάρχει σημείο του επιπέδου που ισαπέχει από τρία διαφορετικά σημεία.

iii) Αν δύο τεμνόμενοι κύκλοι είναι ίσοι, τότε η κοινή χορδή είναι μεσοκάθετος της διακέντρου.

iv) Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\beta - \gamma < \alpha < \beta + \gamma$, $\beta \geq \gamma$.

v) Δύο κύκλοι (Κ, R) και (Λ, ρ) με $R \geq \rho$ και διάκεντρο $\delta = ΚΛ$ εφάπτονται εξωτερικά αν $\delta = R - \rho$. (10μ)

ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $ΑΒ = ΑΓ$ και τα μέσα τους Δ, Ε αντίστοιχα. Οι μεσοκάθετοι των ΑΓ, ΑΒ τέμνονται στο Μ και προεκτεινόμενες τέμνουν την προέκταση της βάσης ΒΓ στα Ζ και Η αντίστοιχα.

α. Να αποδείξετε ότι $BZ = ΓΗ$. (15μ)

β. Να αποδείξετε ότι $MZ = ΜΗ$. (10μ)

ΘΕΜΑ 3

Θεωρούμε κύκλο κέντρου O και εξωτερικό σημείο του P . Από το P φέρνουμε τα εφαπτόμενα τμήματα PA και PB . Η διακεντρική ευθεία PO τέμνει τον κύκλο στο σημείο Λ . Η εφαπτόμενη του κύκλου στο Λ τέμνει τα PA και PB στα σημεία Γ και Δ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι :

α) το τρίγωνο $P\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές **(8μ)**

β) $\Gamma A = \Delta B$ **(8μ)**

γ) η περίμετρος του τριγώνου $P\Gamma\Delta$ είναι ίση με $PA + PB$. **(9μ)**

ΘΕΜΑ 4

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) φέρουμε τη διχοτόμο του $A\Delta$. Έστω ΔK και ΔP οι προβολές του Δ στις AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Η κάθετη της $B\Gamma$ στο σημείο Δ τέμνει την πλευρά $A\Gamma$ στο E και την προέκταση της πλευράς BA (προς το A) στο σημείο Z .

α) Να αποδείξετε ότι $\hat{B} = \hat{\Delta E\Gamma}$. **(8μ)**

β) Να αποδείξετε ότι $\Delta E = \Delta B$. **(8μ)**

γ) Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{\Delta\Gamma Z}$. **(9μ)**