

ΛΥΣΕΙΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

18-11-2018

ΘΕΜΑ 1

Α) ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ, ΣΕΛΙΔΑ 45

Β) α. ΣΩΣΤΟ β. ΛΑΘΟΣ γ. ΣΩΣΤΟ δ. ΛΑΘΟΣ ε. ΣΩΣΤΟ

ΘΕΜΑ 2

α. Συγκρίνω τα τρίγωνα ΑΒΚ και ΑΓΚ:

ΑΚ (κοινή πλευρά) , ΑΒ=ΑΓ (από υπόθεση) , $\widehat{ΒΑΚ} = \widehat{ΓΑΚ}$ (αφού ΑΔ: διχοτόμος)

Άρα , τα τρίγωνα είναι ίσα (Π-Γ-Π) .Οπότε, ΒΚ=ΓΚ .

β. Συγκρίνω τα τρίγωνα ΑΒΖ και ΑΓΕ:

$\widehat{Α}$ (κοινή γωνία) , ΑΒ=ΑΓ (από υπόθεση) , $\widehat{ΑΒΖ} = \widehat{ΑΓΕ}$ (από προηγούμενη σύγκριση)

Άρα , τα τρίγωνα είναι ίσα (Γ-Π-Γ) . Οπότε, ΑΕ=ΑΖ .

γ. Συγκρίνω τα τρίγωνα ΑΚΖ και ΑΚΕ:

ΑΚ (κοινή πλευρά) , ΑΕ=ΑΖ (από προηγούμενη σύγκριση) , $\widehat{ΒΑΚ} = \widehat{ΓΑΚ}$ (αφού ΑΔ: διχοτόμος)

Άρα , τα τρίγωνα είναι ίσα (Π-Γ-Π) .

ΘΕΜΑ 3

α. Συγκρίνω τα τρίγωνα ΑΒΓ , ΑΔΕ:

ΑΓ=ΑΕ (από υπόθεση) , ΑΒ=ΑΔ (από υπόθεση) , $\widehat{Α}$: κοινή γωνία

Άρα , τα τρίγωνα είναι ίσα(Π-Γ-Π) .Οπότε, ΒΓ=ΔΕ.

β. Συγκρίνω τα τρίγωνα ΚΒΕ , ΚΔΓ:

· $ΒΕ=ΓΔ$ (ως διαφορές ίσων τμημάτων)

· $\widehat{ΒΕΚ} = \widehat{ΚΓΔ}$ (από την προηγούμενη σύγκριση)

· $\widehat{ΕΒΚ} = \widehat{ΓΔΚ}$ (ως παραπληρώματα ίσων γωνιών)

Άρα , τα τρίγωνα είναι ίσα (Γ-Π-Γ) .Οπότε, $ΒΚ=ΔΚ$.

γ. Συγκρίνω τα τρίγωνα ΑΒΚ , ΑΔΚ:

$ΑΒ=ΑΔ$ (από υπόθεση) , $ΑΚ$: κοινή πλευρά , $ΒΚ=ΔΚ$ (από το ερώτημα β)

Άρα , τα τρίγωνα είναι ίσα (Π-Π-Π) .Οπότε, $\widehat{ΒΑΚ} = \widehat{ΚΑΔ}$.Δηλαδή , η $ΑΚ$ είναι η διχοτόμος της $\widehat{Α}$.

δ. Επειδή $ΑΕ=ΑΓ$ (από υπόθεση) και $ΚΕ=ΚΓ$ (από τη ισότητα των τριγώνων ΒΚΕ και ΚΓΔ) , προκύπτει ότι η $ΑΜ$ είναι μεσοκάθετος του $ΕΓ$.(κάθε σημείο που ισαπέχει από τα άκρα ενός ευθύγραμμου τμήματος ανήκει στην μεσοκάθετο του).

ΘΕΜΑ 4

α. Συγκρίνω τα ορθογώνια τρίγωνα ΒΟΔ , ΓΟΕ:

· $ΟΔ=ΟΕ$ (αφού κάθε σημείο της διχοτόμου $Αχ$ ισαπέχει από τις πλευρές $ΑΓ,ΑΔ$ της $\widehat{Α}$)

· $ΟΒ=ΟΓ$ (αφού κάθε σημείο της μεσοκαθέτου $ε$ του $ΒΓ$ ισαπέχει από τα άκρα του $Β,Γ$)

Άρα , τα τρίγωνα είναι ίσα , γιατί είναι ορθογώνια και έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία. Επομένως, $ΒΔ=ΓΕ$.

β. Συγκρίνω τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΟΔ , ΑΟΕ:

$ΟΑ$: κοινή πλευρά , $ΟΔ=ΟΕ$ (αφού κάθε σημείο της διχοτόμου $Αχ$ ισαπέχει από τις πλευρές $ΑΓ,ΑΔ$ της $\widehat{Α}$) .

Άρα , τα τρίγωνα είναι ίσα , γιατί είναι ορθογώνια και έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία. Επομένως, $AD=AE$.

Έχουμε ότι $BD = GE = AG - AE = \beta - AD = \beta - (AB + BD) = \beta - \gamma - BD$.

Οπότε, $2BD = \beta - \gamma$ δηλαδή $BD = \frac{\beta - \gamma}{2}$.

γ. Έχουμε ότι $AD = AB + BD = \gamma + \frac{\beta - \gamma}{2} = \frac{\beta + \gamma}{2}$