ΛΥΣΕΙΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α΄ΛΥΚΕΙΟΥ

07-04-2019

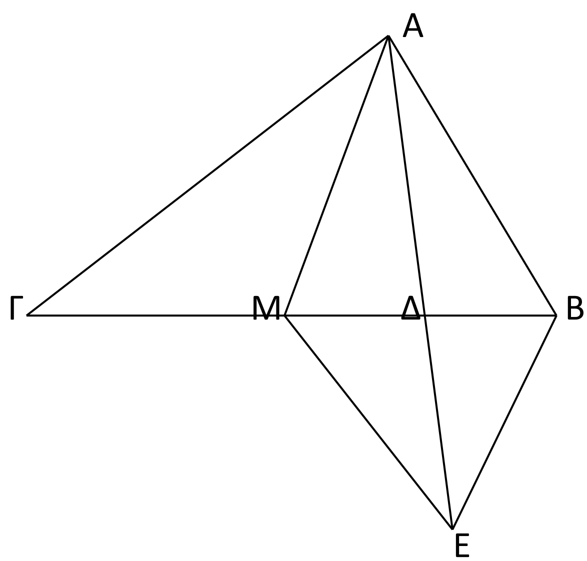
ΘΕΜΑ 1

Α) ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ, ΣΕΛΙΔΑ 107 .

Β) ΟΡΙΣΜΟΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΣΕΛ 105 .

Γ) i. ΣΩΣΤΟ ii. ΛΑΘΟΣ iii. ΣΩΣΤΟ iv. ΛΑΘΟΣ v. ΣΩΣΤΟ

ΘΕΜΑ 2

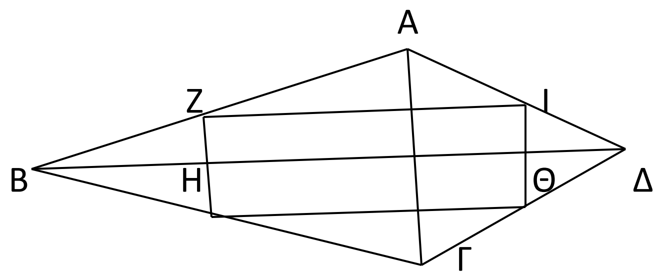


α) Επειδή ΑΔ=ΔΕ και ΒΔ=ΔΜ (αφού η ΑΔ είναι διάμεσος στο τρίγωνο ΑΒΜ) οι διαγώνιοι του τετραπλεύρου ΑΒΕΜ διχοτομούνται, οπότε το ΑΒΕΜ είναι παραλληλόγραμμο.

β) Έχουμε ότι ΜΕ=ΑΒ ως απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου και

$\mathrm{B\Gamma} = 2\mathrm{AB} \rightarrow \mathrm{AB} = \frac{\mathrm{B\Gamma}}{2} = \mathrm{M\Gamma}$, άρα $\mathrm{ME} = \mathrm{M\Gamma}$.

ΘΕΜΑ 3



α) Επειδή ΒΑ=ΒΓ το τρίγωνο ΒΑΓ είναι ισοσκελές με βάση την ΑΓ ,οπότε $\mathrm{B}\widehat{\mathrm{A}}\Gamma = \mathrm{B}\widehat{\Gamma}\mathrm{A}$.Όμως , $\widehat{\mathrm{A}} = \widehat{\Gamma}$. Άρα και $\Gamma\widehat{\mathrm{A}}\Delta = \mathrm{A}\widehat{\Gamma}\Delta$ ως διαφορές ίσων γωνιών. Οπότε , το τρίγωνο ΔΑΓ είναι ισοσκελές .

β) Αφού ΒΑ=ΒΓ , το Β ισαπέχει από τα Α και Γ. Επομένως, το Β ανήκει στη μεσοκάθετο του ΑΓ. Αφού ΔΑ=ΔΓ , το Δ ισαπέχει από τα Α και Γ , οπότε και αυτό ανήκει στη μεσοκάθετο του ΑΓ. Δηλαδή η ΒΔ είναι μεσοκάθετος του ΑΓ.

γ) Έστω Ζ,Η,Θ,Ι τα μέσα των πλευρών ΑΒ,ΒΓ,ΓΔ,ΔΑ αντίστοιχα. Επειδή τα Ζ,Ι είναι μέσα δύο πλευρών του τριγώνου ΑΒΔ ισχύει ότι ΖΙ//ΒΔ και $\mathrm{ZI} = \frac{\mathrm{B}\Delta}{2}$ (1)

Επειδή τα ΗΘΙ είναι μέσα δύο πλευρών του τριγώνου ΒΓΔ ισχύει ότι ΗΘ//ΒΔ και $\mathrm{H}\Theta = \frac{\mathrm{B}\Delta}{2}$ (2)

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι το ΖΗΘΙ είναι παραλληλόγραμμο.

Επειδή τα Ζ,Η είναι μέσα δύο πλευρών του τριγώνου ΒΑΓ, ισχύει ότι ΖΗ//ΑΓ.

Επειδή ΖΗ//ΑΓ , ΖΙ//ΒΔ και ΑΓ: κάθετη στη ΒΔ , είναι και ΖΙ: κάθετη στη ΖΗ.

Δηλαδή $\widehat{\mathrm{Z}} = 90^{o}$. Οπότε το παραλληλόγραμμο ΖΗΘΙ έχει μια ορθή γωνία και επομένως είναι ορθογώνιο.

Είναι: $\Lambda\widehat{\mathrm{A}}\Gamma + \Gamma\widehat{\mathrm{A}}\mathrm{H} + \mathrm{P}\widehat{\mathrm{A}}\mathrm{H} = 180^{o} \Rightarrow \mathrm{A}\widehat{\mathrm{H}}\mathrm{E} + 90^{o} + \mathrm{P}\widehat{\mathrm{A}}\mathrm{H} = 180^{o} \Longrightarrow$

$$\mathrm{P}\widehat{\mathrm{H}}\mathrm{A} + \mathrm{P}\widehat{\mathrm{A}}\mathrm{H} = 90^{o}$$

ΘΕΜΑ 4

α) Επειδή $\Gamma Z \perp K\Delta$ και $AB \perp K\Delta$ έχουμε $\Gamma Z \parallel AB$,

$$\text{οπότε } \widehat{B} = Z\widehat{\Gamma}\Delta \text{ ως εντός, εκτός και επί τα αυτά μέρη.}$$

β) Είναι $\Delta\widehat{\Gamma}E = A\widehat{\Gamma}B = A\widehat{B}\Gamma = Z\widehat{\Gamma}\Delta$, οπότε η $\Gamma\Delta$ είναι η διχοτόμος της $Z\widehat{\Gamma}E$.

γ) Συγκρίνουμε τα ορθογώνια τρίγωνα ΖΔΓ και ΕΔΓ :

- ΓΔ: κοινή πλευρά
- $Z\widehat{\Gamma}\Delta = E\widehat{\Gamma}\Delta$

Αφού τα τρίγωνα είναι ίσα , τότε το τρίγωνο ΔΖΕ είναι ισοσκελές.

δ) Το ΚΓΖΗ είναι ορθογώνιο, αφού έχει $\widehat{K} = \widehat{H} = \widehat{Z} = 90^o$, οπότε ΗΓ=ΚΖ.

Είναι: $\Delta K - \Delta E = \Delta K = \Delta Z = KZ = H\Gamma$.