Επαναληπτικό Διαγώνισμα Άλγεβρας

Β' Λυκείου

ονοματεπώνυμο:...

Ημ/νία: .... Τάξη:..................Χρονική Διάρκεια: ....

Βαθμός:

<u>Θέμα Α</u>

Α. Να αποδείξετε ότι το $x-\rho$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου $P(x)$, αν και μόνο αν $P(\rho)=0$ δηλαδή αν το ρ είναι ρίζα του $P(x)$.

(μονάδες 5)

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε περίπτωση.

α. $e^x=\vartheta \Leftrightarrow \ell n\vartheta = x$, $\vartheta>0$.

β. Αν $a>0$ με $a\neq 1$, τότε για οποιοδήποτε $\vartheta_1,\ \vartheta_2>0$ ισχύει:

$$\ell og_a(\vartheta_1\vartheta_2)=\ell og_a\vartheta_1\cdot \ell og_a\vartheta_2$$

γ. Η εξίσωση $3x^3-5x^2+6=0$ έχει ρίζα το 4.

δ. Η εξίσωση $4x^4+5x^2+7x+4=0$ έχει παράγοντα το $x-2$.

ε. Η εξίσωση $6x^6-3x^3+(\lambda+3)x^2-x+2=0$ δεν έχει ρίζα το -3.

(μονάδες 10)

Γ. Έστω πολυώνυμο $P(x)$ και ρ είναι πραγματικός αριθμός. Αν το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-\rho$ και $\Pi(x)$ είναι το πηλίκο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x-\rho$, τότε διαλέξτε την σωστή απάντηση:

α. $P(x)=(x-\rho)\Pi(x)+1$

β. $\Pi(x)=(x-\rho)P(x)$

γ. Ο βαθμός του υπολοίπου της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x-\rho$. Είναι ίσος με μηδέν.

δ. Ρ(ρ)=0

(μονάδες 5)

Δ. Το πολυώνυμο $P(x)=(4x+5)^{2014}+x^{2015}$ έχει παράγοντα το:

α. $x+1$ β. $x-1$ γ. x δ. $x+\frac{5}{4}$

(μονάδες 5)

Θέμα Β

Α. Έστω σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων με αγνώστους x και y έχει μοναδική λύση, τη $(x_{0,}y_0)=(a+1,3)$. Αν επιπλέον ισχύει: $2Dx-aDy=3D$, να αποδείξετε ότι $a=-1$.

(μονάδες 15)

Β. Δίνεται η εξίσωση: $2\eta\mu^2 x+\sigma\upsilon\nu x-1=0$.

α. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση είναι ισοδύναμη με την εξίσωση: $2\sigma\upsilon\nu^2 x-\sigma\upsilon\nu x-1=0$.

β. Να λύσετε τη δοσμένη εξίσωση.

γ. Να βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης που βρίσκονται στο διάστημα $[o,\pi]$.

(μονάδες 10)

Θέμα Γ

Δίνεται πολυώνυμο $P(x)$ το οποίο διαιρούμενο με το $x^{2016}-a^{2016}$ δίνει υπόλοιπο x^2-bx-a, ενώ διαιρούμενο με το $x^{2014}-b^{2014}$ δίνει υπόλοιπο $-x^2+ax-b$, με $a\neq b$ και $a>o$, $b\in\mathbb{R}$.

Αν επίσης το $P(x)$ διαιρούμενο με το $(x-a)$ ή $(x-b)$ δίνει το ίδιο υπόλοιπο, να δειχτεί:

Γ1. $a=b+1$

Αν επιπλέον είναι : $P(x)=(x\ell na)^3-6x^2+\ell n\left(e^{10}\cdot a\right)\cdot x-6$, με $a>o$ και το $x-1$ διαιρεί το $P(x)$.

(μονάδες 8)

Γ2. Να βρείτε το b.

Αν $a=e$.

(μονάδες 6)

Γ3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $P(x)=0$ και β. $P(\eta\mu x)=0$

(μονάδες 5)

Γ4. Να λύσετε την ανίσωση $P(x)>0$.

(μονάδες 6)

Θέμα Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις:

$$f(x)=\frac{\ell n(x+1)}{\ell nx},\ g(x)=\ell n\left(e^{2x}-(e+1)e^{x}+e\right).$$

Δ1. Βρείτε τα πεδία ορισμού των f , g .

(μονάδες 8)

Δ2. Λύστε για $0<x<1$ την ανίσωση $f(x)>f\left(x^2\right)$.

(μονάδες 7)

Δ3. Λύστε για $x>e$ την ανίσωση $g(\ell nx)>\ell n(x-1)$.

(μονάδες 6)

Δ4. Υπολογίστε την τιμή της παράστασης A= f(2) · f(3) ·…· f(63) + 2011.

(μονάδες 4)